

### **Grupy 1-2 – Zadanie 1.**

#### **Treść zadania:**

Sprawdźcie ofertę dowolnych 5 banków i wybierzcie najlepszą ofertę oszczędnościową (lokata lub konto oszczędnościowe). Obliczcie, jaki zwrot przyniesie założenie jednej takiej lokaty na kwotę 10 000 zł. Przy obliczeniach uwzględnijcie podatek od dochodów kapitałowych (19%) i inflację (0,5%).

#### **Rozwiązanie**

Obecnie na rynku wiarygodne banki proponują oprocentowanie lokat i kont oszczędnościowych na poziomie 3-4 % maksymalnie.

Oprocentowanie jest najczęściej podawane w skali rocznej – co oznacza, że gdy lokata ma krótszy okres, to trzeba zmniejszyć oprocentowanie proporcjonalnie do liczby miesięcy (np. lokata 3 miesięczna z oprocentowaniem 4 procent, przyniesie 1% zysku).

Podatek od dochodów kapitałowych pomniejsza wysokość zysków. Np. w wyniku lokaty 3-miesięcznej oprocentowanej (rocznie) 4% z 10 000 zł wkładu otrzymamy na koniec 10 100 zł. Wtedy podatek należy wyliczyć od 100 zł ( $100 \text{ zł} \times 19\% = 19 \text{ zł}$ ) a następnie odjąć od kwoty zysku ( $100 \text{ zł} - 19 \text{ zł} = 81 \text{ zł}$ ). W efekcie zostaje 89 zł.

Efekt inflacji zmniejsza rzeczywistą wartość pieniądza na koniec okresu. Przy obliczeniach również należy wziąć pod uwagę fakt, że inflację podaje się w skali rocznej, więc przy lokatach krótszych trzeba wziąć pod uwagę proporcjonalnie mniejszą wielkość (w naszym przykładzie to będzie  $0,5/4 = 0,125$ ).

Efekt inflacji uwzględnia się nie poprzez odejmowanie, ale dzielenie przez wskaźnik inflacji, który ma postać  $(1 + \text{wielkość inflacji}/100)$  (przy 3 miesiącach 1,00125). Czyli patrząc na całość przykładu ze 10 100 zł otrzymanych na koniec lokaty realnie zostanie:

$$(10\ 100 - 19)/1,00125 = 10\ 068,41 \text{ zł}$$

Czyli rzeczywiste oprocentowanie lokaty wyniesie 0,68% a w skali rocznej  $4 \times 0,68 = 2,72\%$  (przy założeniu, że nominalne podawane przez bank było 4%).

**Grupy 3-4 – Zadanie 2.**

**Treść zadania:**

Pan Kowalski skorzystał z oferty jednej z firm oferujących szybkie pożyczki. Pożyczył 500 zł na 52 tygodni. Według informacji z ulotki oprocentowanie pożyczki wynosi 16%. Przy podpisywaniu umowy jednak okazało się, że każdy pożyczkobiorca jest również zobowiązany do poniesienia kosztu ubezpieczenia (80 zł), przygotowania umowy (60 zł) i opłaty za obsługę w domu (120 zł). Zostały one doliczone do sumy zobowiązań. Jaka jest rzeczywista roczna stopa oprocentowania tej pożyczki? Ile łącznie Kowalski zwróci po 52 tygodniach?

**Rozwiązanie**

Mimo, że pan Kowalski dostaje 500 zł do ręki to całość pożyczki wyniesie:

$$500 \text{ zł} + 80 \text{ zł} + 60 \text{ zł} + 120 \text{ zł} = 760 \text{ zł}$$

Od tej kwoty jest naliczane oprocentowanie:

$$760 * 16\% = 121,6 \text{ zł}$$

Czyli w sumie spłacając pożyczkę pan Kowalski zapłaci  $760 + 121,6 = 871,6 \text{ zł}$

Co oznacza, że rzeczywista roczna stopa oprocentowania (RRSO) wyniesie:

$$(871,6 - 500)/500 = 74,32\%$$

Informacje o RRSO muszą podawać wszystkie instytucje finansowe przy ofercie pożyczkowej lub kredytowej.

### Grupy 5-6 – Zadanie 3.

#### Treść zadania:

Pani Nowak dostała ze swojego banku ofertę karty kredytowej, z której zamierza skorzystać. Dzięki złotej karcie będzie mogła nie tylko dokonywać szybkich płatności w Internecie, ale również sfinansuje sobie wakacje nad Morzem Śródziemnym, które będą kosztowały 4 000 zł. Pani Nowak przemyślała całą sprawę i wie, że całość zobowiązania będzie spłacać w ratach przez rok. Od przedstawiciela banku dowiedziała się, że kredyt, który zaciągnie na karcie jest oprocentowany w skali 16% rocznie, jednak korzystanie z karty wymaga miesięcznej opłaty 10 zł, a opcja ubezpieczenia, która pozwala na spokojne dokonywanie transakcji w Internecie to dodatkowy koszt 10 zł miesięcznie. Należy też liczyć się, z tym, że w przypadku obsunięć w płatności raty, bank może naliczyć karę umowną w wysokości 100 zł.

Ile w sumie będzie panią Nowak kosztował wakacyjny kredyt? Jaka będzie rzeczywista roczna stopa oprocentowania (RRSO)? Dokonajcie obliczeń w dwóch wariantach:

- przy terminowych płatnościach,
- przy jednym spóźnieniu z płatnością raty.

#### Rozwiązanie

Całość kosztów kredytu stanowi suma wszystkich opłat. W wariantcie terminowych płatności wyniesie ona:

$$\text{Odsetki } 16\% \times 4000 \text{ zł} = 640 \text{ zł}$$

$$\text{Koszt karty } 120 \text{ zł}$$

$$\text{Koszt ubezpieczenia } 120 \text{ zł}$$

$$\text{Razem} = 880 \text{ zł}$$

$$\text{Czyli RRSO wyniesie: } 820/4000 = 22\%$$

Przy jednej spóźnionej płatności:

$$880 \text{ zł} + 100 \text{ zł} = 980 \text{ zł}$$

$$\text{Czyli RRSO wyniesie: } \text{RRSO} = 980/4000 = 24,5 \%$$

**Grupy 7-8 – Zadanie 4.**

**Treść zadania:**

Asia i Kuba Malinowscy chcą wziąć kredyt hipoteczny. Poza swoimi oszczędnościami potrzebują 160 000 zł, aby zamieszkać w wymarzonym mieszkaniu. Przejrzeli oferty różnych banków i chcą podpisać umowę z jednym z nich na 15 lat, przy oprocentowaniu, które wynosi 5,2%. Pozostała tylko jedna kwestia do rozważenia – wybrać raty równe czy malejące? Przy ratach równych będą płacić przez cały okres co miesiąc podobną kwotę, a przy ratach malejących opłaty comiesięczne będą maleć. Szczegóły dla pierwszych 2 lat i ostatnich 2 lat harmonogramu spłat prezentuje tabela, którą posiadają opiekuni. Którą opcję powinni wybrać Malinowscy i dlaczego?

Akademia Młodego Ekonomisty  
 Matematyka finansowa dla liderów – Albert Tomaszewski

Harmonogram spłat kredytu hipotecznego

Miesiąc	Raty stałe			Raty malejące		
	Część kapitałowa raty	Część odsetkowa raty	Rata całkowita	Część kapitałowa raty	Część odsetkowa raty	Rata całkowita
1	586,13	695,87	1 282,00	888,89	697,19	1 586,07
2	588,67	693,33	1 282,00	888,89	693,33	1 582,22
3	591,22	690,78	1 282,00	888,89	689,48	1 578,37
4	593,78	688,22	1 282,00	888,89	685,63	1 574,52
5	596,35	685,65	1 282,00	888,89	681,78	1 570,67
6	598,94	683,06	1 282,00	888,89	677,93	1 566,81
7	601,53	680,47	1 282,00	888,89	674,07	1 562,96
8	604,14	677,86	1 282,00	888,89	670,22	1 559,11
9	606,76	675,24	1 282,00	888,89	666,37	1 555,26
10	609,39	672,61	1 282,00	888,89	662,52	1 551,41
11	612,03	669,97	1 282,00	888,89	658,67	1 547,56
12	614,68	667,32	1 282,00	888,89	654,81	1 543,70
13	617,34	664,66	1 282,00	888,89	650,96	1 539,85
14	620,02	661,98	1 282,00	888,89	647,11	1 536,00
15	622,71	659,3	1 282,00	888,89	643,26	1 532,15
16	625,4	656,6	1 282,00	888,89	639,41	1 528,30
17	628,11	653,89	1 282,00	888,89	635,56	1 524,44
18	630,84	651,17	1 282,00	888,89	631,7	1 520,59
19	633,57	648,43	1 282,00	888,89	627,85	1 516,74
20	636,32	645,69	1 282,00	888,89	624	1 512,89
21	639,07	642,93	1 282,00	888,89	620,15	1 509,04
22	641,84	640,16	1 282,00	888,89	616,3	1 505,19
23	644,62	637,38	1 282,00	888,89	612,44	1 501,33
24	647,42	634,58	1 282,00	888,89	608,59	1 497,48
<b>Kapitał do spłaty po 24 miesiącach:</b>			<b>145209,12</b>			<b>138666,64</b>
156	1 145,68	136,32	1 282,00	888,89	100,15	989,04
157	1 150,65	131,36	1 282,00	888,89	96,3	985,19
158	1 155,63	126,37	1 282,00	888,89	92,44	981,33
159	1 160,64	121,36	1 282,00	888,89	88,59	977,48
160	1 165,67	116,33	1 282,00	888,89	84,74	973,63
161	1 170,72	111,28	1 282,00	888,89	80,89	969,78
162	1 175,79	106,21	1 282,00	888,89	77,04	965,93
163	1 180,89	101,11	1 282,00	888,89	73,19	962,07
164	1 186,01	96	1 282,00	888,89	69,33	958,22
165	1 191,15	90,86	1 282,00	888,89	65,48	954,37
166	1 196,31	85,69	1 282,00	888,89	61,63	950,52
167	1 201,49	80,51	1 282,00	888,89	57,78	946,67
168	1 206,70	75,3	1 282,00	888,89	53,93	942,81
169	1 211,93	70,08	1 282,00	888,89	50,07	938,96
170	1 217,18	64,82	1 282,00	888,89	46,22	935,11
171	1 222,45	59,55	1 282,00	888,89	42,37	931,26
172	1 227,75	54,25	1 282,00	888,89	38,52	927,41
173	1 233,07	48,93	1 282,00	888,89	34,67	923,56
174	1 238,41	43,59	1 282,00	888,89	30,81	919,7
175	1 243,78	38,22	1 282,00	888,89	26,96	915,85
176	1 249,17	32,83	1 282,00	888,89	23,11	912
177	1 254,58	27,42	1 282,00	888,89	19,26	908,15
178	1 260,02	21,98	1 282,00	888,89	15,41	904,3
179	1 265,48	16,52	1 282,00	888,89	11,56	900,44
180	1 270,96	11,04	1 282,00	888,89	7,7	896,59
<b>SUMA spłat:</b>	<b>159 310</b>	<b>71 451</b>	<b>230 760</b>	<b>160 000</b>	<b>63 440</b>	<b>223 440</b>

### **Rozwiązanie**

Pieniądze które przy spłacie raty wpłaca kredytobiorca zawsze dzielą się na część kapitałową i część odsetkową. Część odsetkowa raty jest opłatą związaną ze spłatą odsetek, które nalicza bank za udzielony kredyt – nie pomniejszają one wielkości zadłużenia. Tylko część kapitałowa idzie na poczet spłacenia zadłużenia.

Przy ratach równych sumaryczny koszt kredytu jest większy (ostatni wiersz w tabeli). Przy ratach malejących szybciej zmniejsza się suma obciążeń kredytu – na początku kredytobiorca większą część raty przeznaczą na spłatę kapitału. Przy ratach równych wielkość obciążenia jest spłacana na koniec okresu, ale na początku kredytobiorcy płacą dużo mniej.

Dlatego nie można jednoznacznie powiedzieć, która opcja jest lepsza – zależy od sytuacji. Raty malejące wydają się bezpieczniejszą opcją, szczególnie jeśli kredytobiorcy planują spłacić kredyt wcześniej niż to wynika z umowy. Raty równe są jednak częściej wybierane ze względu na to, że kredytobiorcy wolą mieć niższą ratę na początku.

**Grupy 9-10 – Zadanie 5.**

**Treść zadania:** W 1624 r. Indianie sprzedali Holendrom wyspę Manhattan za skrzynię szklanych paciorków o równowartości 60 holenderskich guldenów. Historycy ustalili, że odpowiadałoby to mniej więcej wartości 1000 dolarów. Kto zrobił lepszy interes na transakcji? Przedstawcie argumentów opierając się również na wyliczeniach wykorzystywanych w matematyce finansowej.

**Rozwiązanie**

Od 1624 r. minęło 390 lat. Gdyby przez te lata złożyć 1000 dolarów na lokacie, to dziś zostałyby one zwielokrotnione, ze względu na to, że odsetki zarobione co roku dopisywałyby się do kapitału początkowego i powodowały zwiększenie wartości odsetek na przyszły rok.

Aby obliczyć ile właściciele wyjęliby z lokaty po 390 latach, należy skorzystać ze wzoru na procent składany, który uwzględnia coroczną kapitalizację odsetek. Przy założeniu 5% oprocentowania lokaty po 390 latach z wkładu 1000 dolarów, wyszłoby w sumie:

$$1000 \times (1,05)^{390} = 183\,580\,537\,582$$

Dopiero po obliczeniu tej kwoty można dokonać porównania, czy zakup Manhattanu był dobrym interesem.